

Индивидуальный предприниматель Перминова Ольга Николаевна

Свидетельство о государственной регистрации физического лица в качестве индивидуального предпринимателя серия 18
№003076656 от 12.07.2011г.
ОГРНИП 311184119300038 ИНН 183303182197

ПРИНЯТО
педагогическим советом
Протокол № 1
от «25» августа 2025г.

УТВЕРЖДЕНО
ИП Перминова О.Н.
Приказ № 1
от «25» августа 2025г.



**Комплексная дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
технической направленности
для обучающихся 16-17 лет
«Экспериментариум: лаборатория математических открытий»**

срок реализации 1 года

РАЗРАБОТЧИК:
педагог дополнительного образования
Лепихина Ольга Викторовна

Ижевск, 2025 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дополнительное образование - это мотивированное образование за рамками основного образования, позволяющее человеку удовлетворить свои потребности в познании и творчестве, а также закрепить и расширить знания и навыки, приобретенные в процессе обязательного образования.

Комплексная дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Экспериментариум: лаборатория математических открытий» (далее - Программа) имеет техническую направленность. Комплексная программа предлагает занятия в рамках следующих разделов: Введение в лабораторию», «Логика : искусство безошибочного рассуждения», «Магия закономерностей: индукция, рекурсия, инварианты», «Геометрия вне евклида: сфера, проекция, фрактал», «Теория числе: тайны простых чисел», «Алгебра симметрий:от перестановок к многочленам», «Математическое моделирование : от гипотезы к прогнозу», «Повторение. Финальный эксперимент:проект и защита».

Актуальность программы:

Образование – это результат согласованных усилий детей, родителей и педагогов. Деятельность в центре дополнительного образования направлена на активное сотрудничество с семьей, предполагают открытые и доверительные отношения. Наша работа направлена на интеграцию основного, дополнительного и семейного образования.

Актуальность программы состоит в том, что в настоящее время человеческое общество стремительно вошло в новый этап своего развития, получивший название четвёртой промышленной революции. Одной из главных её особенностей является глобальная информатизация всех сфер человеческой жизни. Сегодня знания в области математики, информатики, программирования, информационных технологий становятся базовыми, без них становится невозможно получить современную профессию и просто комфортно жить.

Наш опыт работы позволяет организовать реализацию программ дополнительного образования детей на высоком уровне, с учетом их интересов и пожеланий.

Отличительные особенности программы/новизна

Программа ориентирована на психолого-возрастные особенности обучающихся старшего школьного возраста (16-17 лет). Этот возраст называют подростковым. Это наиболее сложный, критический период. Главная особенность подросткового периода – резкие, качественные изменения, затрагивающие все стороны развития личности: стремление к общению со сверстниками и появление в поведении признаков, свидетельствующих о желании утвердить свою самостоятельность, независимость, личную автономию. Несмотря на это, этот возраст – самый благоприятный для творческого и профессионального развития. Он является наиболее интересным в процессе становления и развития личности. Именно в этот период молодой человек входит в противоречивую, часто плохо понимаемую жизнь взрослых, он как бы стоит на ее пороге, и именно от того, какие на данном этапе он приобретет навыки и умения, какими будут его социальные знания, зависят его дальнейшие шаги.

Программа акцентирована на создании условий для разнообразной прикладной деятельности учащихся, имеет богатый наглядный материал и задания для практической деятельности. Программа позволяет решать ряд важных задач:

- планирования и осуществления алгоритмической деятельности, выполнения заданных и конструирования новых алгоритмов;
- решения разнообразных классов задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска пути и способов решения;
- исследовательской деятельности, развития идей, проведения экспериментов, обобщения, постановки и формулирования новых задач;
- ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной форме, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;
- проведения доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснования;

- поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.

Программа предусматривает изучение отдельных вопросов, непосредственно примыкающих к основному курсу, а так же углубляющих и расширяющих его через включение более сложных задач, исторических сведений, материала, способствующего полному и углубленное изучению математических дисциплин. Программа предусматривает доступность излагаемого материала для обучающихся и планомерное развитие их интереса к предмету.

Изучение программного материала основано на использовании расширения и укрупнения дидактических единиц, что позволяет учащимся за короткий срок повторить и расширить программу основной школы по математике. Сложность задач нарастает постепенно. Перед рассмотрением задач повышенной трудности рассматривается решение более простых, входящих как составная часть в решение сложных.

Объем и срок реализации программы.

Уровень освоения программы: формирование у обучающихся современных знаний, умений и навыков в области технических наук, технологической грамотности и инженерного мышления;;

Программа составлена в соответствии с Федеральным законом «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ; Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 № 28 «Об утверждении санитарных правил СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи» (вместе с «СП 2.4.3648-20. Санитарные правила») (Зарегистрировано в Минюсте России 18.12.2020 № 61573); Приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 9 ноября 2018 г. № 196 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».

Программа «Экспериментариум: лаборатория математических открытий» реализуется в течение одного года -136 часов.

Цель и задачи программы.

Цель :

- развитие логического и алгоритмического мышления, а также таких качеств мышления, как сила и гибкость, конструктивность и критичность;
- воспитание средствами математики культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости этих дисциплин для научно-технического прогресса;
- овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования по инженерно-техническим направлениям;
- планирование и осуществление алгоритмической деятельности, выполнение заданных и конструирования новых алгоритмов;
- решение разнообразных классов задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска пути и способов решения;
- освоение исследовательской деятельности: развития идей, проведения экспериментов, обобщения, постановки и формулирования новых задач;
- проведение доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснование;
- освоение методов поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.

Задачи:**Обучающие:**

- формирование мотивации изучения математики, готовности и способности учащихся к саморазвитию, личностному самоопределению, построению индивидуальной траектории в изучении предмета;
- формирование специфических для математики стилей мышления, необходимых для полноценного функционирования в современном обществе, в частности логического, алгоритмического и эвристического;
- формирование содержания обучения в соответствии с современными требованиями и ориентацией инженерной индустрии;
- формирование у обучающихся способности к организации своей учебной деятельности посредством освоения личностных, познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий;
- освоение компетенций (учебно-познавательной, коммуникативной, рефлексивной, личностного саморазвития, ценностно-ориентационной и профессионально-трудового выбора).

Развивающие:

- Способствовать раскрытию личностного потенциала учащихся, развитие их творческих способностей.
- Развивать аналитические функции, поисковые действия практического и мыслительного характера при решении практических и творческих задач.
- Развивать социальные умения, включающие умения общаться со сверстниками и взрослыми, оценивать ситуацию и регулировать своё поведение.
- Развивать мотивированный интерес к познанию мира, природы, человеческой деятельности и самого себя.

Воспитательные:

- Воспитывать социальную компетентность и навыки гибкого взаимодействия учащегося с микросоциумом (родителями, сверстниками, педагогами).
- Формировать у учащихся представления о нравственных нормах отношений с окружающими, а также самостоятельность и личную ответственность за свои поступки.
- Формировать эстетические потребности.
- Воспитывать бережное отношение к природе.
- Воспитывать добросовестное отношение к работе.

Условия реализации программы:

Программа может реализовываться с применением внеаудиторной работы, методов электронного обучения и дистанционных образовательных технологий с использованием интернет-платформ и электронных ресурсов (сайтов с развивающими играми для детей, презентаций), а также других ресурсов, регламентированных локальными актами организации.

Для формирования у обучающихся навыков работы в формате электронного обучения, в том числе с использованием дистанционных технологий, педагоги оказывают информационно-методическую помощь в форме индивидуальных и групповых консультаций и инструктажей.

Условия набора в коллектив:

Прием осуществляется по записи для всех желающих учащихся без специального отбора. При наличии свободных мест возможен дополнительный прием учащихся на всех этапах обучения в течение учебного года.

Условия формирования групп:

Одновозрастные группы (16-17 лет). Юноши и девушки. Списочный состав формируется в соответствии с технологическим регламентом и составляет до 12 человек.

Формы проведения занятий:

Беседа, занятие - «мастерская», викторина, занятие с демонстрацией презентации, творческая защита проекта, круглый стол, занятие-игра, праздник турнир, математический бой, математическая регата, математические крестики-нолики, математическая абака.

Формы организации деятельности учащихся на занятии с указанием конкретных видов деятельности:

фронтальная (беседа, показ, объяснение с аудио- и видеопрезентациями, обсуждение, творческая защита проекта);

индивидуально-групповая (работа «в мастерской», с моделями, со схемами, выполнение заданий с дидактическим и раздаточным материалом индивидуально; работа в парах);

коллективная (творческая презентация выставки, ролевая игра, инсценировка сказок, рассказов, игра, викторина).

Формы контроля:

Входной контроль:

- начальная диагностика (педагогическое наблюдение).

Текущий контроль:

- игровые формы контроля;

Промежуточный контроль и итоговый контроль:

- беседы с учащимися и их родителями по окончании полугодия и учебного года.

Материально-техническое оснащение программы:

- учебный кабинет
- компьютер, ноутбук, проектор
- цветной принтер
- ламинатор
- ксерокс
- шкафы для хранения пособий
- шкаф с пособиями, стулья, табуреты, столы
- магнитно-маркерная доска
- средства мультимедиа
- головоломки
- угольники, циркули
- бумага, картон
- подборка книг
- тетради в клетку
- простые и цветные карандаши, ножницы
- шариковые ручки

Кадровое обеспечение:

Педагоги дополнительного образования.

Планируемые результаты освоения программы

Личностные результаты:

- формирование интеллектуальной честности и объективности, способности к преодолению мыслительных стереотипов, вытекающих из обыденного опыта;
- формирование осознанного выбора и последующего освоения профессиональных образовательных программ инженерных специальностей;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- воспитание качеств личности, обеспечивающих социальную мобильность, способность принимать самостоятельные решения: критичность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- осознанный выбор и построение дальнейшей индивидуальной траектории образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений с учетом устойчивых познавательных интересов, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развитие опыта участия в социально значимом труде;
- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, детьми старшего и младшего возраста, взрослыми в процессе образовательной, общественно-полезной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности;
- развитие интереса к инженерному творчеству и инженерных способностей.

Метапредметные результаты:

- развитие логического и критического мышления, культуры речи, способности к умственному эксперименту;
- овладение составляющими исследовательской и проектной деятельности, включая умения видеть проблему, ставить вопросы, выдвигать гипотезы, давать определения понятиям, классифицировать, наблюдать, проводить эксперименты, делать выводы и заключения, структурировать материал, объяснять, доказывать, защищать свои идеи;
- формирование качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе;
- развитие интереса к математическому творчеству и математических способностей.
- умение определять понятия, обобщать, устанавливать аналогии, классифицировать;
- развивать компетенции в области использования информационно-коммуникационных технологий;

Предметные результаты:

- умение находить информацию в различных источниках;
- умение выдвигать гипотезы;
- понимать сущности алгоритмических предписаний;
- устанавливать причинно-следственные связи, проводить доказательные рассуждения;
- умение иллюстрировать изученные понятия и свойства фигур;
- осознание значения математики для повседневной жизни;
- развитие умений работать с математическим текстом;
- выражать свои мысли с применением математической терминологии;
- владение базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания;
- практически значимые математические умения и навыки, их применение к решению математических задач.

Теоретические основы целеполагания и содержания программы

Наиболее значимыми теоретическими предпосылками разработки содержания программы стали следующие положения теории возрастной психологии, школьной педагогики:

- материалы научных исследований по проблемам деятельностного и личностного развития ребёнка: закономерности онтогенеза, биологические и социальные факторы развития личности ребёнка (Л.С. Выготский, М.И. Лисина, А.В. Запорожец);
- выделение сенситивных периодов в развитии сенсорных представлений, речевых, познавательных и коммуникативных умений и навыков (Ж. Пиаже);
- понимание деятельности общения ребёнка с окружающими как основы его социальной адаптации и приобщения к духовным и материальным ценностям;
- знание структуры общения (мотивы, потребности, операциональные умения и навыки, проблема оценки и регуляции) и особенностей доминирования различных форм общения в соответствии с возрастными периодами развития детей.

Основополагающие принципы деятельности

Приоритет гуманистических ценностей в реализации различных направлений педагогической деятельности.

Принцип опоры на ведущие формы деятельности (игровая, предметно - практическая, учебная) и доминирующие формы общения в каждой возрастной группе.

Принцип учёта зоны ближайшего развития ребёнка - как один из главных путей перехода от актуального уровня развития знаний, умений и навыков ребёнка к перспективе их дальнейшего совершенствования и обогащения.

Реализация личностно - ориентированного подхода, гарантирующего ребёнку уважение к его правам и свободе, признание ребёнка активным субъектом творческой и познавательной деятельности.

Построение программ по различным направлениям с единой ориентацией их на включение каждого ребенка в творческий процесс познания, естественным результатом которого становится приобретение знаний, умений, навыков.

Реализация основных подходов превентивной педагогики, связанных с использованием здоровье сберегающих технологий, осуществлением профилактики трудностей и проблем социальной адаптации ребёнка, полноценным развитием всех сфер психики.

Принцип триединства участников образовательного процесса (педагогов, ребёнка и родителей), предполагающий гибкое взаимодействие всех субъектов воспитательной и образовательной деятельности.

Введение в лабораторию

Содержание: Техника безопасности в мире идей. Что такое «Экспериментариум»? Знакомство с языком и инструментами курса: доказательство, контрпример, гипотеза, компьютерный эксперимент (знакомство с GeoGebra, Desmos). Математический квест на командообразование.

Планируемые результаты: Ученик понимает специфику курса как исследовательской лаборатории; владеет базовыми функциями программ для визуализации; настроен на активную, а не репродуктивную деятельность.

Логика: искусство безошибочного рассуждения

Содержание : Логические операции. Построение отрицаний сложных высказываний. Математические софизмы и парадоксы («Лжец», Ахиллес и черепаха). Логическая структура теорем: разбор **простых примеров** обратных и противоположных утверждений. **Базовое** применение принципа Дирихле в наглядных задачах. Задача о 4 красках — история как пример красивой проблемы.

Планируемые результаты: Ученик отличает верное рассуждение от ошибочного; строит отрицания; понимает, как устроена простая теорема «если A, то B»; применяет принцип Дирихле в очевидных случаях.

Магия закономерностей: индукция, рекурсия, инварианты

Содержание : Поиск закономерностей в числовых и графических последовательностях. Математическая индукция как метод доказательства для последовательностей и сумм. Рекурсия: задание последовательностей формулой (числа Фибоначчи, факториал). Инвариант — величина, не меняющаяся в процессе: задачи на переливания, перекладывания, раскраски. Принцип крайнего элемента в комбинаторных и геометрических задачах.

Планируемые результаты: Ученик умеет находить закономерности; доказывает простые утверждения методом математической индукции; распознаёт задачи, решаемые с помощью инварианта или принципа крайнего; решает классические задачи («Ханойская башня», переливания).

Геометрия вне евклида: сфера, проекция, фрактал

Содержание: Геометрия на глобусе: «прямые» — дуги больших кругов, сумма углов сферического треугольника. Картографические проекции: почему карты мира выглядят по-разному? Проективная идея: параллельные прямые «встречаются» на горизонте. Фракталы в природе и математике: самоподобие, построение снежинки Коха и ковра Серпинского. Теорема Дезарга, размерность Хаусдорфа, IFS. Топология резинового листа(Сфера vs. тор. Задача о домах и колодцах. Бутылка Клейна (видео)).

Планируемые результаты: Ученик понимает, что аксиомы геометрии можно менять; решает простейшие задачи на сфере (например, найти кратчайший путь); видит проявления фрактальных и проективных идей вокруг; строит простой фрактал по алгоритму.

Теория чисел: тайны простых чисел

Содержание: Простые числа: решето Эратосфена, бесконечность (доказательство Евклида). Делимость и остатки. **Сравнения по модулю:** арифметика часов как пример. **Малая теорема Ферма** — формулировка и примеры. Великая теорема Ферма — история как детектив. Гипотеза Гольдбаха. Алгоритмическая теория чисел, китайская теорема об остатках, обманывающие числа Кармайкла.

Планируемые результаты: Ученик свободно оперирует понятиями делимости и остатков; применяет простейшие сравнения по модулю; знает основные вехи и открытые проблемы в теории простых чисел.

Алгебра симметрий: от перестановок к многочленам

Содержание : Симметрии многоугольников. Понятие группы на примере симметрий квадрата (повороты, отражения). Перестановки и их знак. Комплексные числа как расширение числовой прямой: геометрическая интерпретация (точка на плоскости), модуль и аргумент, умножение как поворот. Многочлены и их корни: теорема Виета для старших степеней, симметрические многочлены. Графики сложных функций (кубические параболы, функции с модулем) с использованием компьютерных инструментов для анализа.

Планируемые результаты: Ученик понимает идею алгебраической структуры (группа) на наглядном примере; изображает действия с комплексными числами геометрически; использует компьютер для исследования графиков функций; видит связь между корнями и коэффициентами многочлена.

Математическое моделирование: от гипотезы к прогнозу

- Содержание:** Этапы математического моделирования. Модели роста: линейная, экспоненциальная, логистическая (на примерах популяций, распространения слухов). Дискретные динамические системы: логистическое отображение и переход к хаосу. Простые агент-ориентированные модели (например, «Сахарный мир»). Верификация и валидация модели.(Как убедиться, что модель работает правильно? Верификация («правильно ли мы построили модель?») — проверка кода/формул на ошибки. Валидация («ту ли модель мы построили?») — сравнение прогноза модели с реальными данными или здравым смыслом.Ключевой пример: Анализ предсказаний простой модели роста популяции. Что если модель предсказывает, что через год популяция кроликов станет отрицательной? Или что деревья вырастут до неба? Поиск границ применимости модели.Практикум: Дан набор «реальных» (смоделированных) данных и две простые модели, их описывающие (линейная и квадратичная). Нужно выбрать лучшую, аргументировав выбор (например, посчитав сумму квадратов отклонений — интуитивное введение в метод наименьших квадратов.). Оптимизационные модели — поиск лучшего решения (Что такое оптимизация? Понятие целевой функции (что мы максимизируем/минимизируем: прибыль, время, затраты) и ограничений (ресурсы, правила). Решение простых задач графическим методом.Ключевой пример: «Задача о ранце» (Knapsack problem). Турист собирает рюкзак: каждый предмет имеет вес и полезность. Необходимо максимизировать общую полезность, не превысив максимальный вес. Это пример дискретной оптимизации.) Работа над мини-проектом: создание и описание простой математической модели выбранного явления (например, движение толпы, распространение мема).

Планируемые результаты: Ученик знает этапы моделирования; строит и анализирует простые модели роста; имеет представление о нелинейной динамике и хаосе; способен реализовать и проанализировать простую компьютерную модель.

Ученик понимает постановку оптимизационной задачи; умеет выделить целевую функцию и ограничения в сюжетной задаче; может решить простейшую задачу линейного или дискретного программирования графически или перебором.Ученик понимает разницу между верификацией и валидацией; осознаёт, что у каждой модели есть границы применимости; умеет делать простейший сравнительный анализ качества моделей.

Финальный эксперимент: проект и защита

Содержание: Подготовка итогового проекта на основе одного из разделов (например: исследование свойств фрактала, анализ графа социальных связей, создание комбинаторной игры, проверка гипотезы из теории чисел на компьютере). Оформление результатов. Публичная защита проектов перед группой. Рефлексия пройденного пути.

Планируемые результаты: Ученик демонстрирует умение самостоятельно провести небольшое математическое исследование или создать модель; представляет и защищает свои результаты; осознаёт приобретённые инструменты и методы мышления.

Учебно-тематический план

№	Раздел	Всего	Теория	Практика
	Введение в лабораторию			
	Логика : искусство безошибочного рассуждения			
	Магия закономерностей: индукция, рекурсия, инварианты			
	Геометрия вне евклида: сфера, проекция, фрактал			
	Теория числе: тайны простых чисел			
	Алгебра симметрий:от перестановок к многочленам			
	Математическое моделирование : от гипотезы к прогнозу			
	Повторение. Финальный эксперимент:проект и защита			
	ИТОГО:			

Календарно-тематическое планирование.

№ занятия	Наименование раздела и тема	Всего часов
Раздел 1: Введение в лабораторию (4 часа)		
	Вводное занятие. Что такое «Экспериментариум»?	
	Знакомство с языком и инструментами курса: доказательство, контрпример, гипотеза, компьютерный эксперимент	
	Математический квест на командообразование	
Раздел 2: «Логика: искусство безошибочного рассуждения» (20 часов)		
	Логические операции.	
	Математические софизмы и парадоксы («Лжец», Ахиллес и черепаха).	
	Логическая структура теорем: разбор простых примеров обратных и противоположных утверждений.	
	Базовое применение принципа Дирихле в наглядных задачах	
	Задача о 4 красках	
	Практикум по решению задач по теме	
	Командная «Дуэль логиков»	
Раздел 3: «Магия закономерностей: индукция, рекурсия, инварианты» (21 часов)		
	Поиск закономерностей в числовых и графических последовательностях.	
	Математическая индукция как метод доказательства для последовательностей и сумм	
	Рекурсия: задание последовательностей формулой	

	Рекурсия в программировании и графике	
	Инвариант — величина, не меняющаяся в процессе: задачи на переливания, перекладывания, раскраски.	
	Принцип крайнего элемента в комбинаторных и геометрических задачах	
	Математический аукцион	
Раздел 4: «Геометрия вне евклида: сфера, проекция, фрактал» (21 часов)		
	Геометрия на глобусе: «прямые» — дуги больших кругов, сумма углов сферического треугольника.	
	Картографические проекции: почему карты мира выглядят по-разному?	
	Проективная идея: параллельные прямые «встречаются» на горизонте.	
	Теорема Дезарга	
	Фракталы в природе и математике: самоподобие, построение снежинки Коха и ковра Серпинского.	
	Размерность Хаусдорфа-множество Мандельброта.	
	Лабораторная работа: Фрактальная студия-Построение простых фракталов с помощью рекурсии и IFS	
	Топология резинового листа	

Раздел 5: «Теория чисел: тайны простых чисел» (18 часов)

	Мир целых чисел.	
	Великая теорема Ферма: история и идея доказательства	
	Алгоритмическая теория чисел: тесты простоты (малая теорема Ферма, проблема обманывающих чисел Кармайкла).	
	Решето Эратосфена и его сложность.	
	Алгоритмический практикум: в поисках простых чисел	
	Сравнения по модулю и арифметика остатков.	
	Китайская теорема об остатках и её приложения (решение задач на «недостатки»).	
	Гипотеза Гольдбаха и другие нерешённые проблемы.	

Раздел 6: «Алгебра симметрий: от перестановок к многочленам» (24 часов)

	Симметрии многоугольников. Понятие группы на примере симметрий квадрата (повороты, отражения).	
	Перестановки и их знак.	
	Комплексные числа как расширение числовой прямой: геометрическая интерпретация (точка на плоскости), модуль и аргумент, умножение как поворот.	
	Построение множества Мандельброта (обзорно) как примера сложного поведения на комплексной плоскости.	

	Графики сложных функций (кубические параболы, функции с модулем) с использованием компьютерных инструментов для анализа.
	Исследование симметрий графиков многочленов третьей и четвёртой степени. Как корни связаны с формой графика? Использование Desmos для динамического изменения коэффициентов и наблюдения за поведением графика и корней.
	Математическая абака

Раздел 7: «Математическое моделирование: от гипотезы к прогнозу» (21 часов)

	Этапы математического моделирования.
	Модели роста: линейная, экспоненциальная, логистическая
	Дискретные динамические системы: логистическое отображение и переход к хаосу.
	Простые агент-ориентированные модели
	Верификация и валидация модели и анализ ошибок
	Оптимизационные модели — поиск лучшего решения
	Защита мини-проекта: создание и описание простой математической модели выбранного явления

Раздел 7: «Финальный эксперимент: проект и защита» (7 часов)

	Решение задач по пройденным темам
	Задача проекта

- **Литература для обучающихся:** учащиеся обеспечиваются индивидуальными карточками с заданиями.

Основная литература для учителя:

иленкин Н.Я. , Ивашев-Мусатов О.С. «Алгебра и математический анализ для 11 классов». Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики. Просвещение. Москва.

икольский С.М., Потапов М.К. «Алгебра и начала анализа». Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений. «Просвещение» Москва 2009.

Сводная таблица с рекомендациями литературы

№	Раздел курса	Литература
1	Логика	Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. «Математическая логика». Верещагин Н. К., Шень А. «Лекции по математической логике и теории алгоритмов».
2	Магия закономерностей (индукция, рекурсия, инварианты)	Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. «Как решают нестандартные задачи». Пойа Д. «Математическое открытие. Решение задач».
3	Геометрия вне Евклида	Бонола Р. «Неевклидова геометрия». Клейн Ф. «Неевклидова геометрия».
4	Теория чисел	Сборник олимпиадных задач по математике (под ред. Н. Б. Горбачёва). «Заочные математические олимпиады» (В. Гутенмахер и др.).
5	Алгебра симметрий	Акопян А. В. «Геометрия в картинках». Мельников О. И. «Теория графов в занимательных задачах».
6	Математическое моделирование	Мандельброт Б. «(Не)послушные рынки. Фрактальная революция в финансах». Крулик С., Позаментье А. «Стратегии решения математических задач».

Цифровые образовательные ресурсы

Сайты для обучающихся и учителя:

Оценочные средства			
Показатели	Критерии	Степень выраженности оцениваемого качества	Методы диагностики
Теоретическая подготовка			
1.1 Теоретические знания	Соответствие теоретических знаний ребенка программным требованиям	Минимальный уровень (ученик овладел менее чем 0,5 объема знаний, предусмотренных программой) Средний уровень (объем усвоенных знаний составляет 0,5) Максимальный уровень (ученик освоил практически весь объем знаний, предусмотренный программой)	Наблюдение Тестирование Контрольный опрос
1.2 Владение специальной терминологией	Осмысленность и правильность использования специальной терминологии	Минимальный уровень (ученик избегает употребления специальной терминологии) Средний уровень (ученик сочетает специальную и бытовую терминологию) Максимальный уровень (специальные термины употребляет осознанно в соответствии с их содержанием)	Собеседование
Практическая подготовка			
2.1 Практические умения и навыки, предусмотренные программой	Соответствие практических умений и навыков программным требованиям.	Минимальный уровень (ученик овладел менее чем 0,5 объема умений и навыков, предусмотренных программой) Средний уровень (объем усвоенных умений и навыков составляет 0,5) Максимальный уровень (ученик овладел практически всеми умениями и навыками, предусмотренный программой)	Практическая работа, тестирование
2.2 Владение специальным оборудованием	Отсутствие затруднений в использовании специального оборудования и оснащения.	Минимальный уровень (ученик испытывает определенные трудности при работе с оборудованием) Средний уровень (работает с оборудованием с помощью педагога) Максимальный уровень (работает с оборудованием самостоятельно, не испытывает особых трудностей)	Тестирование, собеседование
2.3 Творческие навыки (Креативность)	Креативность в выполнении заданий	Начальный (элементарный) уровень развития креативности (ученик в состоянии выполнить лишь простейшие задания педагога) Репродуктивный уровень (выполняет задания на основе образца) Творческий уровень (выполняет задания с элементами творчества)	Творческие работы, проекты
Воспитательный компонент			
3.1. Личностные качества	Соответствие принятым в обществе правилам, традициям.	Максимальный уровень: сформированность духовно-нравственных, этических, гражданско-патриотических качеств, уважительное отношение к родителям, сверстникам, истории страны и малой родины, культурным традициям народа, правилам, принятым в обществе, стремление к саморазвитию и самопознанию, продуктивное сотрудничество с окружающими при решении различных творческих задач. Средний уровень: недостаточная сформированность вышеперечисленных качеств. Низкий уровень: полное или частичное отсутствие вышеперечисленных качеств.	Педагогическое наблюдение Участие в различных акциях и проектах